ANZEIGER

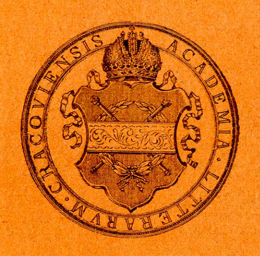
DER

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

IN KRAKAU.

1899.

JUNI.



KRAKAU.
UNIVERSITÄTS-BUCHDRUCKEREI
1899.

DIE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU
wurde von Seiner Kais. u. Kön. Ap. Majestät

FRANZ JOSEF I.

im J. 1872 gestiftet.

Protector der Akademie:
Seine kais. und kön. Hoheit
ERZHERZOG FRANZ FERDINAND VON OESTERREICH-ESTE.

Viceprotector:
SEINE EXCELLENZ JULIAN Ritter v. DUNAJEWSKI.

Präsident: GRAF STANISLAUS TARNOWSKI.

Generalsecretär: Dr. STANISLAUS SMOLKA.

Auszug aus den Statuten der Akademie.

(§. 2). Die Akademie steht unter dem Allerhöchsten Schutze Seiner Majestät des Kaisers, welcher den Protector und den Viceprotector der Akademie ernennt.

(§. 4). Die Akademie zerfällt in drei Classen:
1) die philologische Classe,
2) die historisch-philosophische Classe,
3) die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe.

(§. 12). Die Publicationen der Akademie erscheinen in polnischer Sprache, welche zugleich die Geschäftssprache der Akademie ist.

Der Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau, welcher für den Verkehr mit den auswärtigen gelehrten Gesellschaften bestimmt ist, erscheint monatlich, mit Ausnahme der Ferienmonate (August, September) und besteht aus zwei Theilen, von denen der eine die Sitzungsberichte, der zweite den Inhalt der in den Sitzungen vorgelegten Arbeiten enthält. Die Sitzungsberichte werden in deutscher Sprache redigiert, bei der Inhaltsangabe hängt die Wahl der Sprache (deutsch oder französisch) von dem Verfasser der betreffenden Arbeit ab.

Subscriptionspreis 3 fl. ö. W. = 6 Mk. jährlich.
Einzelne Hefte werden, so weit der Vorrath reicht, zu 40 Kr. = 80 Pf. abgegeben.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza generalnego Dr. Stanisława Smolki.

Kraków, 1899. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem J. Filipowskiego.

ANZEIGER

DER

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

IN KRAKAU.

№ 6. Juni. 1899.

Inhalt: Sitzungen vom 5, 12 und 19 Juni 1899. — Résumés: 29. St. Ciszewski. Märchen von Midas-Ohren. Ein Studium aus der Volksliteratur. — 30. T. Browicz. Krystallirbarkeit des Hyalins in der Sarcomzelle. — 31. M. P. Rudzki. Theorie des physischen Zustandes der Erdkugel.

Sitzungsberichte.

Philologische Classe.

Sitzung vom 12. Juni 1899.

Vorsitzender: Prof. Dr. K. Morawski.

Prof Dr. L. Sternbach überreicht seine Abhandlungen: „*1) Studia critica in Georgium Pisidam, pars II: de Pisidae fragmentis apud Suidam servatis. 2) Analecta historica. 3) De Georgio Corcyraeo et Christophoro Mytilenaeo*“.

Der Secretär berichtet über die Sitzung der kunsthistorischen Commission vom 27 Mai 1899.

Historisch-philosophische Classe.

Sitzung vom 19. Juni 1899.

Vorsitzender: Prof. Dr. F. Zoll.

Der Vorsitzende gedenkt des Verlustes, welchen die Akademie durch den Tod ihres am 27. Mai 1899 verstorbenen Mitgliedes, Dr Heinrich v. Zeissberg, erlitten hat. Indem sich die Anwesenden von ihren Sitzen erheben, geben sie ihrem Beileide Ausdruck.

Der Secretär berichtet über die neuerschienene Publication der Classe:

Wł. Abraham. »Sprawozdanie z poszukiwań w archiwach i bibliotekach rzymskich w latach 1896/7 i 1897/8. O materyałach do dziejów polskich w wiekach średnich«. *(Bericht über die in den römischen Archiven und Bibliotheken in den Jahren 1896—1898 angestellten Untersuchungen)*, 8-o, 232 S.

Prof. Dr. F. Piekosiński liest seine Abhandlung: *„Ueber das litthauische Statut“*.

H. K. Potkański legt seine: *„Studien über das XIV Jahrhundert“* vor.

Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe.

Sitzung vom 5. Juni 1899.

Vorsitzender: Prof. Dr. F. Kreutz.

Der Secretär berichtet über die neuerschienenen Publicationen der Classe:

St. Kępiński. »O całkach rozwiązań równań różniczkowych z sobą sprzężonych rzędu 2-o, posiadających trzy punkty osobliwe.« *(Ueber Integrale der Lösungen der sich selbst adjungirten Differentialgleichungen 2-er Ordnung mit drei singulären Punkten)*, 8-o, 27 S.

J. Sosnowski. »Studya nad zmianami geotropizmu u Paramaecium aurelia.« *(Untersuchungen über die Veränderungen des Gotropismus bei Paramaecium aurelia)*, 8-o, 14 S..

Prof. Dr. Th. Browicz überreicht seine Abhandlung: „*Krystallirbarkeit des Hyalins in der Sarcomzelle*" [1]).

Der Secretär berichtet über die Sitzungen der anthropologischen Commission vom 25 April 1899 und der physiographischen Commission vom 18 Mai 1899.

[1]) Siehe unten Résumé: S. 281.

Résumés

29. — Stanislas Ciszewski: **Bajka o Midasowych uszach, studyum z literatury ludowej.** ***(Midas et ses oreilles d'âne; étude de littérature populaire).***

Dans ce travail l'auteur fait une sorte de tableau comparatif des variantes introduites dans la fable du roi Midas, depuis la plus ancienne version, celle d'Ovide, jusqu'à nos jours. Il renonce d'abord à rechercher la source primitive de cette légende. Il ne saurait non plus admettre avec E. Rohde que cette fable ainsi que les traditions et particularités qui se rattachent à la personne de ce roi sont nées en Phrygie, et de là, passées en Macédoine, où elles se localisèrent plus tard. Les progrès des études préhistoriques et ethnologiques de ces derniers temps ne permettent plus une telle hypothèse. La théorie de Benfey qui assigne une origine occidentale à ce conte ne lui semble guère plausible non plus. Il serait tout aussi vraisemblable de lui attribuer une provenance orientale, ou tout au moins de prétendre qu'il est originaire d'endroits et de contrées complètement séparées. Toutes les opinions sont soutenables, sans qu'aucune puisse passer pour juste, à l'exclusion des autres. Une seule chose est certaine, c'est que l'on rencontre ce mythe un peu partout. En outre on peut noter des variantes dans les détails, et ces variantes, si l'on s'appuie sur des usages et des coutumes subsistant encore aujourd'hui, peu-

vent être classées en deux catégories: les unes s'écartant peu de la conception primitive de la fable — ce sont les plus anciennes; les autres y introduisant des développements modernes. Aussi l'auteur s'est-il borné à la détermination de ces deux courants.

Depuis Ovide, l'auteur en notant les moindres modifications apportées au récit du poète latin, en relevant tous les passages où l'on signale l'existence de cette légende, en tel ou tel endroit, a analysé les variantes suivantes: une en grec moderne, deux en bulgare, cinq croato-serbes, deux ukrainiennes, une bretonne, une perse, une tatare, une mongole. Du scrupuleux examen de ces fables il ressort que les différences les plus caractéristiques qu'on y remarque ont pour cause le principe de la parenté „par le lait". Ce principe apparaît fort clairement dans quelques-unes; il devient vague et même incompréhensible pour plusieurs fabulistes; il se transforme en motif lyrique ou disparaît même complètement dans les autres, par exemple chez Ovide.

En prenant pour point de départ l'existence ou l'absence de ce principe, les fables de Midas sont rangées en deux groupes. Au premier, c'est-à-dire au groupe classique, appartiennent toutes les versions où la parenté „par le lait" n'existe pas; au second, toutes celles où cette parenté joue une rôle plus ou moins important. C'est ainsi que se sont formés deux courants dans le développement de la légende: l'un d'après Ovide; l'autre plus large, avec des additions qui ont transformé la fable. Voici ce second thème:

Le roi, affligé de ses oreilles de bête, les cache soigneusement devant le monde. Afin que le secret soit bien gardé, le barbier chargé de raser le souverain est mis à mort aussitôt la barbe faite. La mère d'un de ces malheureux barbiers a l'idée de donner à son fils appelé auprès du roi, un gâteau fait avec son propre lait, et lui explique ce qu'il devra faire de ce gâteau, ou bien ne lui dit rien et compte sur l'imagination de son fils, ou bien encore, après ce don, abandonne le barbier à son sort. Le roi mange un peu de ce

gâteau, et, reconnaissant que le gâteau a été fait avec le lait de la mère du barbier, est obligé, d'après les principes de la parenté „par le lait, de laisser la vie sauve à ce dernier, en lui recommandant toutefois de ne divulguer à personne ce qu'il a vu. Le barbier revient chez lui, mais accablé par le poids du secret royal, il essaye de se soulager en creusant une fosse où il enferme ce secret. La fin de l'histoire est à peu près semblable à la version classique.

Après avoir fait ressortir les différences de ces deux thèmes, l'auteur se demande quel est le plus ancien. Il examine d'abord ce que l'on entendait par „parenté“ dans les sociétés primitives; puis il étudie les „parentés fictives“ nées du développement de la parenté réelle, et s'arrête surtout à un genre de parenté, celle „par le lait,“ dont il cite nombre d'exemples tirés de la vie des Slaves méridionaux. Ces diverses observations le conduisent à prétendre que la série de fables où cette parenté „par le lait“ est prise en considération a une origine beaucoup plus ancienne que celle où elle ne joue aucun rôle et où la clémence royale est le motif dominant. Cette dernière série en effet doit être plus récente et comme de seconde main. L'homme primitif, le barbare, ne reconnaissant qu'un seul obstacle, un seul frein à ses appétits homicides — la parenté, alors même que ce lien n'était que fictif, — ne pouvait compter sur la clémence d'autrui. Il peut en revanche compter sur la tolérance et les égards de celui qu'il est parvenu à s'apparenter ainsi fictivement, serait-ce par la ruse, comme le fit le barbier. Pour justifier cette manière de se créer des parents fictifs, usage pratiqué antrefois et même encore aujourd'hui chez différents peuples, l'auteur cite l'exemple des Bédouins, des anciens Arabes, des tribus des Lundes (ou Balundes), habitant l'Afrique méridionale, et des Celtes.

Enfin, comme argument décisif à l'appui de cette thése, M. Ciszewski rapporte la remarque de J. J. Bachofen. Cet écrivain en effet fait observer que le détail qui se trouve dans presque toutes les fables sur le roi Midas n'est peut-être

qu'une tradition d'un usage anciennement pratiqué et qu'on retrouve encore en Afrique.

Avant de partir en guerre, les conseillers du roi des Yolofs (Afrique occidentale) délibèrent avec leur souverain, penchés en cercle autour d'une fosse qu'ils comblent ensuite, et ceci fait, le roi lève la séance en prononçant les paroles sacramentelles:

„Nous avons confié notre secret à la terre, il y est renfermé et elle ne le trahira jamais".

---

30. — T. Browicz: **Krystalizowanie się hyaliny w komórce mięsaka.** ***(Krystallisierbarkeit des Hyalins in der Sarcomzelle).***

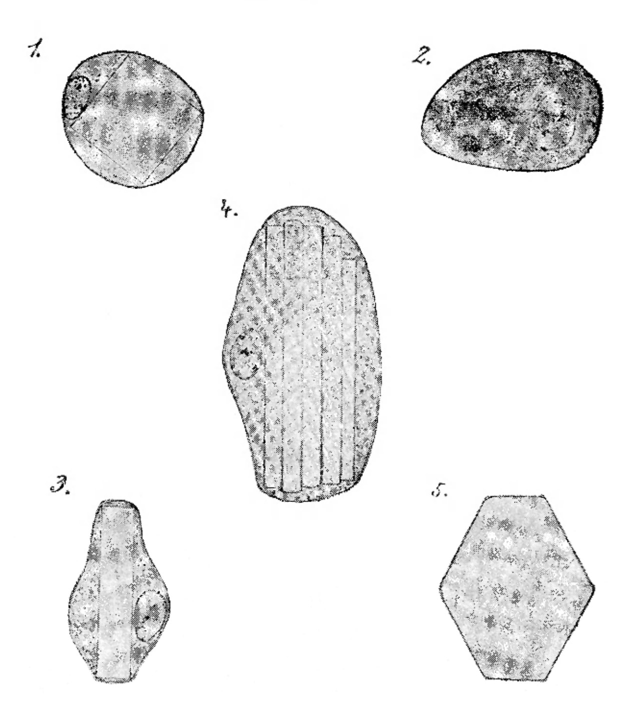
In einem Falle eines Melanosarcoms befanden sich innerhalb des Cytoplasmas der Zellen, was ja überhaupt in den Neoplasmen oft vorkommt, hyaline Kugeln, welche in optischer und mikrochemischer Hinsicht (dieselben färbten sich mit saurem Fuchsin) die Eigenschaften einer mit dem allgemeinen Namen Hyalin umfassten Substanz darboten.

Ausser diesen im Cytoplasma der Zellen befindlichen hyalinen Kugeln waren auch mehr amorphe hyaline Einlagerungen zwischen den Zellen und innerhalb der Gewebsspalträume zu sehen.

Ein Theil dieser hyalinen Kugeln war an Pigment gebunden, welches den Untersuchnngen des Autors zufolge (Zur Frage der Herkunft des Pigmentes in melanotischen Neubildungen. Anzeiger d. Akad. d. Wiss. in Krakau, Mai 1898), hämoglobinärer Herkunft ist, einen anderen Theil derselben besonders in den pigmentlosen Theilen des Neoplasmas, bildete reines Hyalin.

In den aus in 2% Formalin gehärtetem Materiale angefertigten Gefrierschnitten, welche einfach in Wasser oder nach vorherigem Balsameinschluss untersucht wurden, waren nirgends krystallinische Gebilde zu sehen, da hingegen in Präparaten,

welche nach vorheriger Abtrockuung des Wassers in 10$^0/_0$ Salpetersäure aufbewahrt waren, wobei zur Vermeidung des Verdunstens der Flüssigkeit und Austrocknung des Präparates das Deckglas mit Wachs umrahmt war, nach einiger Zeit scharfeckige und scharfkantige Krystalle zum Vorschein kamen, wie dies aus den beigefügten Bildern zu ersehen ist.



Diese Krystalle lagen im Cytoplasma der Zellen einzeln oder wie auf der Fig. 4. mehrere parallel aneinander gelagert. Dieselben boten die optischen Eigenschaften derjenigen Substanz, die man überhaupt Hyalin nennt, erschienen etwas gelblich, färbten sich mit saurem Fuchsin.

Fig. 5. stellt einen einzeln ausserhalb der Zelle liegenden Krystall dar.

Das Bild in Fig. 1. und 2. ist vielleicht als der Ausdruck des Querschnittes eines Krystalls anzusehen.

Dieses in dem untersuchten Sarcomfalle beobachtete Krystallisationsphänomen stellt zwar eine vereinzelte Beobachtung dar, welche jedoch dadurch, dass diese Krystallbildung erst unter dem Einflusse der Salpetersäure zum Vorschein gekommen, bemerkenswerth erscheint.

Es lässt sich daraus folgern, dass das Hyalin, jedenfalls eine Eiweissabart, mit der Salpetersäure irgend eine krystallisationsfähige Verbindung eingegangen ist.

Dieses in dem untersuchten Sarcomfalle eruierte Krystallisationsphänomen bildet einen Beitrag sowohl zu den wenigen bisnunzu bekannten Krystallisationserscheinungen der Eiweissreihe als auch zu den ebenfalls spärlichen bis nunzu bekannt gewordenen Krystallisationsphänomenen in den thierischen Zellen.

---

31. — M. P. Rudzki. **Teorya fizycznego stanu kuli ziemskiej.** *(Theorie des physischen Zustandes der Erdkugel).*

Die zwei ersten Capitel der soeben angeführten Abhandlung enthalten die Discussion der Beziehungen zwischen der Figur der Erde, der Vertheilung der Schwere in der Oberfläche derselben und dem Baue des Erdinneren. Es werden hier die Untersuchungen von G. H. Darwin, Poincaré, Roche, Helmert und anderen Autoren dargestellt und kritisch beleuchtet. Die weiteren Capitel III, IV und V sind der Discussion der Breitenvariationen gewidmet. Es werden die Untersuchungen von Vito Volterra, Newcomb, Hough, Słudski etc. dargestellt und kritisiert. Die Aufgabe von der Breitenvariation bei einem elastischen Sphaeroide wird auf eine neue Weise bearbeitet, ausserdem die Aufgabe von den Breitenvariationen bei einem elastischen von Wasser bedeckten Sphaeroide gelöst. Indem diese letzte Aufgabe nur von Newcomb einmal [in Monthly Notices 1892] skizziert und wie es scheint noch von Niemandem ausführlich behandelt wurde, so werden wir ihren Inhalt hier kurz wiedergeben (sieh un-

ten). Der Verfasser kommt zum Schluss, dass die Verlängerung der Eulerschen Periode von 305 auf 430 Tage vom elastischen Nachgeben der Erde herrührt, dass ausser der Chandlerschen Periode von 430 Tagen auch eine erzwungene Perturbation mit jährlicher Periode existieren kann. Diese letzte rührt wahrscheinlich von den jahraus-jahrein wiederkehrenden Aenderungen der Meeres- und Luftströmungen etc..... Die Trägheitsmomente der Erde sind auch kleinen jährlichen Variationen ausgesetzt, diese aber sind ganz verschwindend und können keinen merklichen Einfluss auf die Zeitdauer der Periode der Variationen ausüben. Im VI Cap. behandelt der Verfasser die seismischen Erscheinungen. — Er vergleicht u. a. die Fortpflanzung der Schwingungen bei „natürlichen" Erdbeben mit der Fortpflanzung der Schwingungen bei den „künstlichen" Explosionen in den oberflächlichen Gesteinen. [Experimente von Fouqué und Lévy, Abbot, Milne etc.]. Er hebt hervor, dass man bei diesem Vergleiche vor allem die Fortpflanzung der Hauptphase der Störung in Betracht ziehen soll. Er zeigt, dass während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ersten Schwingungen mit der Entfernung vom Epicentrum eines Erdbebens zu wachsen scheint, für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hauptphase ein solches Wachsen sich nicht sicher constatieren lässt, sobald man nur weiter vom Epicentrum gelegene Beobachtungsstationen berücksichtigt. Er findet für die Hauptphase der Erdbeben eine mittlere Geschwindigkeit der Fortpflanzung auf weitere Entfernungen von 2,56—2,62 Kilometer in der Sec. Diese Geschwindigkeit wird unter Voraussetzung einer geradlinigen Fortpflanzung der Schwingungen vom Epicentrum nach den Beobachtungsstationen berechnet, sie soll also als eine Art Minimum der Geschwindigkeit betrachtet werden. Auf diese Weise ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hauptphase der Erdbeben in den tieferen Schichten wenigstens zweimal so gross, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hauptphase bei natürlichen und künstlichen Erdbeben in Granit und in anderen oberflächlichen Gesteinen. [Aus den Experimenten von Fouqué und Lévy ergiebt sich eine

Geschwindigkeit von 1125 Meter per Sec. im Granit. —] Da ceteris paribus die Elasticitätscoefficienten wie das Product: Dichte mal Quadrat der Geschwindigkeit wachsen, die Dichte der tieferen Schichten aber auch wenigstens circa zweimal so gross sein muss wie diejenige der oberflächlichen, so ergiebt sich endgültig, dass die Elasticitätscoefficienten der tieferen Schichten circa 8 mal grösser sein dürfen als diejenigen von Granit und anderen ähnlichen oberflächlichen Gesteinen, also wahrscheinlich ebenso gross sind wie die Elasticitätscoefficienten von Stahl, Eisen u. s. w.

Im VII Cap. wird das Verhältnis der Druck und Temperaturvertheilung im Erdinneren zur Fusionstemperatur der Gesteine untersucht und gezeigt, dass in einer Tiefe von circa 50 Kilometer möglicher Weise eine zusammenhängende oder nichtzusammenhängende halb plastische local der Fusion nahe oder gar verflüssigte Schicht existieren kann. Dann wird die Nichtigkeit der Einwände O. Fishers gegen die Theorie des festen Zustandes der Erde dargelegt und zuletzt einige allgemeine Sätze über die wahrscheinliche Beschaffenheit des Stoffes im Erdinneren ausgesprochen.

Jetzt werden wir den Inhalt der Aufgabe über die Breitenvariationen bei einem elastischen von Wasser bedeckten Sphaeroide wiedergeben.

Das Ziel der Aufgabe besteht in der Bestimmung des mittleren Coefficienten der Starrheit (rigidity) aus der Chandlerschen 430 tägigen Periode der Breitenvariation.

Es werden zuerst die Deformationen berechnet, welche die Perturbation in der Rotationsbewegung begleiten. Der Anfang rechtwinkliger mit dem Sphaeroid rotierender Coordinaten x, y, z wird im Trägheitsmittelpunkte genommen, die z Axe so gerichtet, dass sie mit der Axe des grössten Hauptträgheitsmomentes des nichtdeformierten Sphaeroides coincidiere. Die Winkelgeschwindigkeit der Rotation, wenn keine Perturbation eintritt, wird mit ω, die Componenten der Winkelgeschwindigkeit um die instantane Axe, wenn die Perturbation eintritt, werden wie üblich mit p, q, r, die Verschie-

bungen eines Elementes des Sphaeroides mit ξ, η, ζ, die Dichte mit ρ, der Coefficient der Starrheit wie im bekannten Lehrbuch der theoretischen Physik von Thomson und Tait mit n und das Reciproke des Compressibilitätscoefficienten mit k bezeichnet.

Die kubische Dilatation wird mit θ bezeichnet, d. h.

$$\theta = \frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y} + \frac{\partial\zeta}{\partial z}$$

Die Differentialgleichungen, denen die Verschiebungen ξ, η, ζ genügen sollen, lauten eigentlich folgendermaassen:

$$\text{I}\begin{cases}
\rho\left[\frac{d^2\xi}{dt^2} - 2r\frac{d\eta}{dt} + 2q.\frac{d\zeta}{dt} - y\frac{dr}{dt} + z\frac{dq}{dt}\right] = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + n\,\nabla^2\xi + \\
\qquad + (k + \frac{1}{3}n)\frac{\partial\theta}{\partial x} \\
\rho\left[\frac{d^2\eta}{dt^2} - 2p.\frac{d\zeta}{dt} + 2r\frac{d\xi}{dt} - z\frac{dp}{dt} + x\frac{dr}{dt}\right] = \frac{\partial\varphi}{\partial y} + n\,\nabla^2\eta + \\
\qquad + (k + \frac{1}{3}n)\frac{\partial\theta}{dy} \\
\rho\left[\frac{d^2\zeta}{dt^2} - 2q.\frac{d\xi}{dt} + 2p.\frac{d\eta}{dt} - x\frac{dq}{dt} + y\frac{dp}{dt}\right] = \frac{\partial\varphi}{\partial z} + n\,\nabla^2\zeta + \\
\qquad + (k + \frac{1}{3}n)\frac{\partial\theta}{\partial z}
\end{cases}$$

wo, wie gewöhnlich:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\,.$$

Ausserdem hat man:

$$\text{II} \qquad \varphi = V - V_0 + \psi - \psi_0$$

wo $V - V_0$ die Differenz zwischen dem Potential V der Gravitation bei dem deformierten und V_0 dem nichtdeformierten Sphaeroide, $\psi - \psi_0$ die Differenz zwischen dem Potential ψ der Centrifugalkräfte bei dem deformierten und ψ_0 dem nichtdeformierten Sphaeroide — bezeichnet.

Die Integration der Gl. I bietet unüberwindliche Schwierigkeiten, glücklicherweise aber sind wegen der Kleinheit und

Langsamkeit der Deformation einerseits und wegen der grossen numerischen Werthe der Coefficienten n und k andererseits — die linksseitigen Glieder in den Gl. I im Vergleich zu den rechtsseitigen sehr klein und man kann die ersten ganz vernachlässigen.

Auf diese Weise wird das dynamische Problem auf ein statisches (wie seiner Zeit die Kelvin — Darwinsche Aufgabe von den irdischen Gezeiten) reduziert und es bleiben an der Stelle von I die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + n \nabla^2 \xi + \left(k + \frac{1}{3} n\right) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} + n \nabla^2 \eta + \left(k + \frac{1}{3} n\right) \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + n \nabla^2 \zeta + \left(k + \frac{1}{3} n\right) \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I bis)}$$

Laut II enthält φ das Glied $\psi - \psi_0$, es ist aber:

$$\psi - \psi_0 = \frac{\rho}{2} [(q^2 + r^2 - \omega^2) x^2 + (p^2 + r^2 - \omega^2) y^2 + (p^2 + q^2) z^2 - 2\, pqxy - 2\, prxz - 2\, qryz]$$

Indem die Differenz:

$$p^2 + q^2 + r^2 - \omega^2$$

in irdischen Verhältnissen ebenso wie p^2 und q^2 eine kleine Grösse zweiter Ordnung ist, so kann man

$$p^2 + q^2 + r^2 - \omega^2 = 0$$

setzen. Auf diese Weise wird $\psi - \psi_0$ zu einer Kugelfunction 2-ten Grades. Andererseits aber bemerke man, dass die Componenten der Centrifugalkräfte

$$\frac{\partial (\psi - \psi_0)}{\partial x}, \qquad \frac{\partial (\psi - \psi_0)}{\partial y}, \qquad \frac{\partial (\psi - \psi_0)}{\partial z}$$

in den oberflächlichen Schichten grössere absolute Werthe als in der Mitte des Sphaeroides haben und dass die oberflächlichen Schichten von der Deformation stärker afficiert

werden. Setzt man also in der Formel für $\psi - \psi_0$ $\rho = 5,5$ (d. h. der mittleren Dichte), so wird man gewiss zu grosse Deformationen erhalten. Deswegen ist es rathsam dem Beispiele Newcombs zu folgen und für ρ in der Formel für $\psi - \psi_0$ eine kleinere effective Dichte etwa $\rho = \rho_e$ einzuführen. (Newcomb setzt $\rho_e = 4,48$).

Dank den soeben auseinandergesetzten Annahmen hat man:

III $$\psi - \psi_0 = -\frac{\rho_e}{2} \cdot [p^2 x^2 + q^2 y^2 + (r^2 - \omega^2) z^2 + 2\,pqxy + 2\,prxz + 2\,qryz]$$

Das Potential $V - V_0$ befriedigt ausserhalb des Sphaeroides die Gleichung

$$\nabla^2 (V - V_0) = 0$$

aber innerhalb des Sphaeroides befriedigt es die Gleichung:

$$\nabla^2 (V - V_0) = -4\pi (\rho - \rho_0)$$

wo ρ die Dichte des deformierten, ρ_0 des nichtdeformierten Sphaeroides bedeuten. Nun aber wird man am Ende nur eine Gleichung zur Bestimmung von n und k erhalten, folglich wird man gezwungen sein irgend eine willkürliche Beziehung zwischen n und k anzunehmen. Es wird am bequemsten sein einfach

$$k = \infty$$

zu setzen, indem einerseits, wie Love [1]) gezeigt hat, diese Annahme keinen wesentlichen Einfluss auf den endgültigen Werth von n haben kann, andererseits aber die Rechnungen nicht unbeträchtlich vereinfacht werden.

Indem die Annahme, dass:

$$k = \infty$$

[1]) On lord Kelvin's Estimate etc. Cambr. Phil. Trans. Bd. XV S. S. 107—118.

Wir bemerken nebenbei, dass die weitere Analyse sich zum Theil auf gewisse Formeln Thomson und Tait's (Treat. on Nat. Phil. II Ausgabe II Theil. S. 264 und f. f.) stützt.

nichts anderes bedeutet, als dass der Körper incompressibel ist, so wird man haben:

$$\rho - \rho_0 = 0$$

und

$$\nabla^2 (V - V_0) = 0$$

nicht nur ausserhalb, sondern auch innerhalb des Sphaeroides. Es lässt sich folglich $V - V_0$ auch innerhalb des Sphaeroides als eine Summe von Kugelfunctionen darstellen. — Fasst man dasjenige, was früher über $\psi - \psi_0$ und jetzt über $V - V_0$ gesagt wurde, so sieht man, dass man schreiben kann:

$$\varphi = \Sigma\, W_i \qquad \text{IV}$$

wo W_i eine Kugelfunction i ten Grades bedeutet. Bemerke man sonst, dass indem man mit einer Vollkugel zu thun hat, so können nur Kugelfunctionen positiven Grades i in der soeben geschriebenen Summe figurieren.

Auf diese Weise haben wir gefunden, dass auch im Inneren des Sphaeroides:

$$\nabla^2 \varphi = 0;$$

Nimmt man aber die Gleichungen I *bis*, differenziert man die erste nach x, die zweite nach y, die dritte nach z, addiert man alle drei und berücksichtigt dass:

$$\theta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

so bekommt man:

$$(k + \frac{4}{3} n)\, \nabla^2 \theta = 0$$

Woraus sofort die Gleichung:

$$\nabla^2 \theta = 0$$

folgt. Diese Gleichung zeigt, dass man

$$\theta = \Sigma\, \theta_i \qquad \text{V}$$

wo θ_i eine Kugelfunction i ten Grades bedeutet, setzen kann. Wir werden laut Gl. V die Function ζ als eine Summe von

Kugelfunctionen auffassen und ueberhaupt die Deformationen des Sphaeroides als Deformationen einer Kugel betrachten, was wegen der aüsserst kleinen Abplattung unserer Erde erlaubt ist. Auch hier können in der Summe V nur Kugelfunctionen positiven Grades i auftreten.

Setze man für ein Moment:

VI $$\frac{1}{n}\left(k+\frac{1}{3}n\right)\theta_i+\frac{1}{n}W_i=\lambda_i$$

Auf Grund der Relationen IV, V und VI kann man die Gleichungen I *bis* sofort unter folgender Gestalt schreiben

VII $$\begin{cases} \nabla^2\xi+\sum\frac{\partial\lambda_i}{\partial x}=0 \\ \nabla^2\eta+\sum\frac{\partial\lambda_i}{\partial y}=0 \\ \nabla^2\zeta+\sum\frac{\partial\lambda_i}{\partial z}=0 \end{cases}$$

Die Integrale dieser letzten Gleichungen sind aber:

VIII $$\begin{cases} \xi=\Sigma\,\xi_i-\frac{r^2}{2}\cdot\sum\frac{1}{2i+1}\cdot\frac{\partial\lambda_i}{\partial x} \\ \eta=\Sigma\,\eta_i-\frac{r^2}{2}\sum\frac{1}{2i+1}\cdot\frac{\partial\lambda_i}{\partial y} \\ \zeta=\Sigma\,\zeta_i-\frac{r^2}{2}\sum\frac{1}{2i+1}\cdot\frac{\partial\lambda_i}{\partial z} \end{cases}$$

In diesen Gleichungen bedeuten ξ_i η_i und ζ_i Kugelfunctionen vom Grade i. — Differenziert man aber die erste der Gleichungen VIII nach x, die zweite nach y, die dritte nach z und addiert, so hat man mit Rücksicht darauf dass

$$\nabla^2\lambda_i=0$$

und:

$$x\frac{\partial\lambda_i}{\partial x}+y\frac{\partial\lambda_i}{\partial y}+z\frac{\partial\lambda_i}{\partial z}=i\lambda_i$$

die Gleichung:

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}=\theta=\sum\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial x}+\frac{\partial\eta_i}{\partial y}+\frac{\partial\zeta_i}{\partial z}\right)-\sum\frac{i}{2i+1}\lambda_i$$

Aber dank der Annahme, dass der Stoff unseren Sphaeroides incompressibel ist, hat man:

$$\epsilon = 0$$

d. h.

$$\sum \frac{i}{2i+1} \lambda_i - \sum \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x} + \frac{\partial \eta_i}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_i}{\partial z} \right) = 0$$

Diese Gleichung zerfällt in eine Reihe von Gleichungen, von denen eine jede nur Kugelfunctionen desselben Grades enthält [λ_i ist ja auch eine Kugelfunction].

Folglich hat man:

$$\frac{i}{2i+1} \lambda_i = \frac{\partial \xi_{i+1}}{\partial x} + \frac{\partial \eta_{i+1}}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_{i+1}}{\partial z}$$

für

$$i = 0, 1, 2, 3 \ldots \text{ etc.}$$

Wir setzen noch:

$$\frac{i}{2i+1} \lambda_i = f_i \qquad \text{IX}$$

und schreiben:

$$\frac{\partial \xi_{i+1}}{\partial x} + \frac{\partial \eta_{i+1}}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_{i+1}}{\partial z} = f_i \qquad \text{X}$$

für $i = 0, 1, 2 \ldots$ etc.

Dementsprechend muss man jetzt die Integrale VIII unter der Form:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \Sigma\, \xi_i - \frac{r^2}{2} \sum \frac{1}{i} \frac{\partial f_i}{\partial x} \\ \eta &= \Sigma\, \eta_i - \frac{r^2}{2} \sum \frac{1}{i} \frac{\partial f_i}{\partial y} \\ \zeta &= \Sigma\, \zeta_i - \frac{r^2}{2} \sum \frac{1}{i} \frac{\partial f_i}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad \text{VIII bis}$$

schreiben. Ausser den Verschiebungen ξ, η, ζ führe man noch die Verschiebung in der Richtung des Radius ein. Diese letzte wollen wir mit Δr bezeichnen.

Es ist bequem noch eine Hilfsgrösse μ einzuführen, die folgendermaassen definiert wird. Es ist:

XI $$\mu = r\Delta r = x\xi + y\eta + z\zeta$$

Setzt man die Werthe von ξ, η, ζ aus den Gl. VIII *bis* ein, so erhält man sofort:

XII $$\mu = \Sigma\,(x\xi_i + y\eta_i + z\zeta_i) - \sum \frac{r^2}{2} \cdot f_i$$

Betrachte man jetzt die Grenzbedingungen. Erstens hat man den Druck des Oceans in der Oberfläche des Sphaeroides. Es sei die Tiefe des Oceans in der Zeroconfiguration [*d. h.*, wenn keine Deformationen des Sphaeroides und des Oceans existieren] überall gleichmässig und $= H$. — Infolge der Deformation erhebt sich der Boden des Oceans *d. h.* die Oberfläche des Sphaeroides um, sagen wir, h und die Oberfläche des Oceans um, sagen wir, h' Meter. Die Tiefe ist jetzt $H - h + h'$ und der Druck auf den Boden $g\rho'\,(H - h + h')$ wenn ρ' die Dichte des Wassers und g die Beschleunigung der Schwerkraft bezeichnet. Die Resilienz des Sphaeroides muss diesen Druck aequilibrieren. Aus dieser Bedingung folgen drei Bedingungsgleichungen, welche in der deformierten Oberfläche des Sphaeroides erfüllt werden müssen. — Bezeichnet man mit R den Radiusvector der nichtdeformierten Oberfläche des Sphaeroides, so kann man die Gleichung der deformierten Oberfläche unter der Gestalt

$$r = R + h$$

schreiben. Indem aber die Deformationen immer sehr klein sind, so ist h immer sehr klein im Vergleich zu R und man kann statt der Bedingungsgleichungen in der Oberfläche $r = R + h$ solche in der Oberfläche

$$r = R$$

einführen. Auf diese Weise gelangt man zu Bedingungsgleichungen:

$$P\alpha + U\beta + T\gamma + g\,[\rho h + \rho'\,(H - h + h')]\,\alpha = 0$$

. . . .

. . . .

für $r = R$

wo

$$P = (k - \frac{2}{3} n)\, \theta + 2n \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

$$U = n \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)$$

$$T = n \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \right)$$

. . . .

α, β und γ bezeichnen die Directionscosinusse der aüsseren Normale zur Oberfläche.

In den soeben geschriebenen Gleichungen hat man zum Druck des Oceans:

$$g\rho' (H - h + h')$$

noch den Druck $g\rho h$ hinzugefügt, denn es ist evident, dass wenn man von der Oberfläche

$$r = R + h$$

zur Oberfläche

$$r = R$$

übergeht, so hat man ausser dem Drucke des Oceans noch den Druck einer Saüle von Gesteinen von der Höhe h. Gleichzeitig sieht man aber, dass man im Gliede

$$g\rho h$$

für ρ die Dichte der oberflächlichen Gesteine zu setzen hat. Bezeichnet man diese Dichte mit ρ_s, so soll man

$$g\rho h = g\rho_s h$$

schreiben. Profitiere man endlich davon, dass die Abplattung des Sphaeroides sehr klein ist und dass die Deformationen die aüssere Oberfläche desselben sehr wenig verändern und setze man einfach

$$\alpha = \frac{x}{r}, \qquad \beta = \frac{y}{r}, \qquad \gamma = \frac{z}{r}$$

Jetzt kann man die Bedingungsgleichungen in der Oberfläche des Sphaeroides nach Einsetzen der Werthe für P, U T u. s. w.

und nach gewissen leichten Umformungen unter nachfolgender Gestalt schreiben:

$$\text{XIII}\quad\left\{\begin{aligned}&\left\{(k-\frac{2}{3}n)\,\theta+g\,[\rho_s\,h+\rho'\,(H-h+h')]\right\}.\,x+\\&\qquad+n\left(r\frac{\partial\xi}{\partial r}-\xi+\frac{\partial\mu}{\partial x}\right)=0\\&\left\{(k-\frac{2}{3}n)\,\theta+g\,[\rho_s\,h+\rho'\,(H-h+h')]\right\}.\,y+\\&\qquad+n\left(r\frac{\partial\eta}{\partial r}-\eta+\frac{\partial\mu}{\partial y}\right)=0\\&\left\{(k-\frac{2}{3}n)\,\theta+g\,[\rho_s\,h+\rho'\,(H-h+h')]\right\}.\,z+\\&\qquad+n\left(r\frac{\partial\zeta}{\partial r}-\zeta+\frac{\partial\mu}{\partial z}\right)=0\end{aligned}\right.$$

für $r = R$

Multipliciert man diese Gleichungen, die erste in x, die zweite in y, die dritte in z und addiert, so erhält man sofort mit Rücksicht auf XI die Gleichung:

$$\text{XIV}\quad\begin{aligned}&(k-\frac{2}{3}n)\,\theta+g\,[\rho_s\,h+\rho'\,(H-h+h')]+\\&\qquad+\frac{2n}{r^2}\left(r\frac{\partial\mu}{\partial r}-\mu\right)=0\end{aligned}$$

für $r = R$

Andererseits kann man statt der Gl. XIII sofort schreiben:

$$\text{XV}\quad\left\{\begin{aligned}&r\frac{\partial\xi}{\partial r}-\xi+\frac{\partial\mu}{\partial x}-\frac{2x}{r^2}\left(r\frac{\partial\mu}{\partial r}-\mu\right)=0\\&r\frac{\partial\eta}{\partial r}-\eta+\frac{\partial\mu}{\partial y}-\frac{2y}{r^2}\left(r\frac{\partial\mu}{\partial r}-\mu\right)=0\\&r\frac{\partial\zeta}{\partial r}-\zeta+\frac{\partial\mu}{\partial z}-\frac{2z}{r^2}\left(r\frac{\partial\mu}{\partial r}-\mu\right)=0\end{aligned}\right.$$

für $r = R$

Es ist bequemer statt der drei Gl. XIII die vier Gleichungen XIV und XV zu gebrauchen. Natürlich sind unter diesen letzten nur drei von einander unabhängig.

Ausser den Bedingungen in der Oberfläche des Sphaeroides hat man noch Bedingungen in der Oberfläche des Oceans *d. h.* in der Oberfläche:

$$r = R + H + h'$$

Wegen der Langsamkeit der Deformation kann man annehmen, dass diese Oberfläche beständig eine Gleichgewichtsfläche bleibt. Bezeichnet man also mit

$$W'$$

das Potential der Gravitation und der Centrifugalkraft für den Ocean, so hat man

$$W' = C$$

für $r = R + H + h'$

Sei jetzt U' der Werth von W' in der Oberfläche

$$r = R + H$$

d. h. in der Oberfläche des nichtdeformierten Oceans. — Da h' immer sehr klein ist, so kann man immer schreiben

$$W' = U' + h' \frac{\partial U'}{\partial h'}$$

und alle weiteren Glieder der Taylorschen Entwicklung unberücksichtigt lassen. Folglich bekommt man als Bedingungsgleichung:

$$U' + h' \frac{\partial U'}{\partial h'} = C$$

Aber U' und $\frac{\partial U'}{\partial h'}$ sind die Werthe von W' und $\frac{\partial W'}{\partial h'}$ für $r = R + H$ und statt einer Bedingung in der Oberfläche $r = R + H + h'$ haben wir eine andere in der Oberfläche $r = R + H$. — Diese letzte Bedingungsgleichung kann aber noch umgeformt werden. Erstens bemerke man, dass man setzen kann [1])

[1]) g bedeutet wie gewöhnlich die Schwerebeschleunigung, ρ' die Dichte des Wassers.

$$\frac{\partial U'}{\partial h'} = -\rho' g$$

indem die Richtung des Radiusvector mit der Richtung der Normale zur Aequipotentialfläche nahezu zusammenfällt. Zweitens kann man U' in zwei Theile zerlegen: einen constanten, der den Werth des Potentials in der Oberfläche des Oceans, wenn das Sphaeroid und der Ocean nichtdeformiert sind, repräsentiert und einen variablen Theil, der von der Deformation abhängig ist. Der Werth des ersten constanten Theiles wird wieder C sein, den variablen Theil bezeichnet man mit $\Sigma W_i'$. Auf diese Weise bekommt man endgültig:

$$C + \Sigma W_i' - \rho' gh' = C$$

d. h.

$$\Sigma W_i' - \rho' gh' = 0 \text{ für } r = R + H \qquad \text{XVI}$$

Der Symbol W_i' bezeichnet Kugelfunctionen vom Grade i, Indem der Ocean die Gestalt einer Hohlkugel besitzt, so können im allgemeinen Falle unter den W_i' nicht blos Functionen positiven Grades, sondern auch solche negativen Grades vorkommen.

Mit Hilfe der Identität:

$$\text{XVII} \qquad x\,\xi_i = \frac{1}{2i+1}\left[r^2 \frac{\partial \xi_i}{\partial x} - r^{2i+3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\xi_i\, r^{-2i-1}\right)\right]$$

und anderer ähnlichen Identitäten, transformiert man die Formel XII in:

$$\text{XVIII} \qquad \mu = -\sum \frac{1}{2i+1}\left[(2i-1)\frac{r^2}{2}\cdot f_{i-1} + \varphi_{i+1}\right]$$

wo:

$$\text{XIX} \quad \varphi_{i+1} = r^{2i+3}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\xi_i\, r^{-2i-1}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\eta_i\, r^{-2i-1}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\zeta_i\, r^{-2i-1}\right)\right]$$

φ_{i+1} ist auch eine Kugelfunction $i + 1$-ten Grades. Jetzt nehme man die Gl. XV, substituiere man in denselben μ aus XVIII und ξ, η, ζ aus VIII *bis* und transformiere man diese Gleichungen mit Hilfe von Identitäten in der Art der Identität XVII,

so dass die Gleichungen XV nur Kugelfunctionen enthalten. Unter diesen Kugelfunctionen werden auch solche negativen Grades vorkommen. Nach bekannten Eigenschaften der Kugelfunctionen werden die Gleichungen XV in andere Gleichungen zerfallen, von denen eine jede nur Kugelfunctionen, sagen wir, $i$ten und $-(i+1)$ ten Grades enthalten wird. Aus diesen letzten Gleichungen aber, die nur für $r = R$ gelten, folgen sofort andere Gleichungen, die schon für alle Werthe von x, y, z gültig sind und zwar Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}&(i-1)\xi_i - \frac{i+3}{2i+5} \cdot R^2 \frac{\partial f_{i+1}}{\partial x} - \frac{(i-1)}{2i+1} \cdot r^{2i+1} \frac{\partial}{\partial x}(f_{i-1} r^{-2i+1}) \\ &\qquad - \frac{1}{2i+1} \cdot \frac{3}{2i+3} \cdot \frac{\partial \varphi_{i+1}}{\partial x} - \\ &\qquad - \frac{2(i-2)}{(2i-1)(2i-3)} \cdot \frac{r^{2i+1}}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(\varphi_{i-1} r^{-2i+1}) = 0 \\ &(i-1)\eta_i - \dots\dots\dots \\ &(i-1)\zeta_i - \dots\dots\dots \end{aligned}\right\} \quad XX$$

für $i = 0, 1, 2 \dots$ etc.

Differenziert man die erste der Gleichungen XX mit dem Index i nach x, die zweite nach y, die dritte nach z und addiert alle drei, so erhält man sofort mit Rücksicht darauf, dass eine jede Kugelfunction der Laplace'schen Gleichung

$$\nabla^2 = 0$$

genügt und dass

$$f_i = \frac{\partial \xi_{i+1}}{\partial x} + \frac{\partial \eta_{i+1}}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_{i+1}}{\partial z},$$

die einfache Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}&\varphi_i = -R^2 . A_i f_i \\ \text{wo}\quad &A_i = \frac{i(i+2)(2i-1).(2i+1)}{2(i-1)(i+1).(2i+3)}\end{aligned}\right\} \quad XXI$$

Zugleich ersieht man aus den Gleichungen XX, dass die Functionen ξ_i, η_i, ζ_i und die Verschiebungen ξ, η, ζ sofort be-

stimmt werden können, sobald die Hilfsfunctionen f_i und φ_i bekannt sind. Aber aus XVIII ersieht man, dass diese letzten Functionen aufs Innigste verknüpft sind mit der radialen Verschiebung Δr $(\mu = r\Delta r)$ die ihrerseits sich aus der Bedingungsgleichung XIV bestimmen lässt.

In der That, in dieser Gleichung hat man

$$h = \Delta r \qquad \text{für } r = R$$

ferner enthält diese Gleichung die Function μ, die mit Hilfe der Gleichung XVIII sich durch die Functionen f_i und φ_i aus drücken lässt. Weiter enthält diese Gl. noch das Glied:

$$(k - \frac{2}{3} n) \theta$$

aber mit Hilfe der Gleichungen V, VI und IX und mit Rücksicht darauf, dass in unserem Falle $\zeta = 0$ (während $k = \infty$) erhält man sofort:

$$\text{XXII} \qquad (k - \frac{2}{3} n) \theta = \sum \left(\frac{2i + 1}{i} n f_i - W_i\right)$$

Endlich hat man noch in der Formel XIV das Glied $g\rho' h'$ wo h' die Radialverschiebung der Oberfläche des Oceans darstellt. Diese Radialverschiebung lässt sich immer durch eine Reihe von superficiellen Kugelfunctionen [d. h. solchen die nur von θ und ψ abhängen] darstellen. Folglich hat man allgemein:

$$h' = \Sigma S_i$$

Aus dem Gesagten folgt, dass die Gleichung XIV folgendermaassen geschrieben werden kann:

$$\sum \left(\frac{2i + 1}{i} n \,.\, f_i - W_i\right)$$

$$- gR(\rho_s - \rho') \sum \frac{1}{2i + 1} \cdot \left(\frac{2i - 1}{2} f_{i-1} + \frac{1}{R^2} \varphi_{i+1}\right)$$

$$- 2n \sum \frac{i}{2i + 1} \cdot \left(\frac{2i - 1}{2} f_{i-1} + \frac{1}{R^2} \cdot \varphi_{i+1}\right) + g\rho' \Sigma S_i + g\rho' H = 0$$

$$\text{XIV bis} \qquad \text{für } r = R$$

Andererseits können wir die Bedingungsgleichung XVI jetzt so schreiben: [1])

$$\Sigma W_i' = g\rho'\Sigma S \qquad \text{XVI bis}$$

Es handelt sich noch darum die Potentiale ΣW_i und $\Sigma W_i'$ für das Sphaeroid und den Ocean zu berechnen. Man weiss, dass ΣW_i zuerst das Potential der Centrifugalkraft $\psi - \psi_0$, wie es in der Formel III dargestellt wurde, enthält. $\Sigma W_i'$ enthält das Potential der Centrifugalkräfte:

$$\psi' - \psi'_0 = \frac{\rho'}{\rho_e}(\psi - \psi_0)$$

Ferner besteht das Potential ΣW_i (für das Sphaeroid) aus dem Potential der Attraction der Elevationen und Depressionen des deformierten Sphaeroides. Die Höhe resp. Tiefe dieser Elevationen und Depressionen ist:

$$h = \Delta r_{(r=R)} = \frac{\mu}{r}_{(r=R)}$$

μ ist bekannt aus der Formel XVIII in welcher man noch φ_i mit Hilfe von XXI eliminieren kann. So wird h als Function der f_i dargestellt. Die f_i sind aber Kugelfunctionen und es lässt sich hier ein bekanntes Theorem (vergl. Thomson und Tait. Treat. on Nat. Phil. II Ausgabe, II Theil S. 84) anwenden wenn man die dünne Schicht von variabler Dicke h und constanter Dichte ρ_i als eine unendlich dünne Schicht von variabler Oberflächendichte: $\rho_i h$ betrachtet. — Zuletzt besteht das Potential $\Sigma W_i'$ noch aus dem Attractionspotentiale der Elevationen und Depressionen der aüsseren Oberfläche des Oceans deren Höhe $= h'$ und aus dem Attractionspotentiale desjenigen Wassers, welches in die Depressionen des Bodens der Oceane eingedrungen ist. resp. durch die Elevationen desselben weggedrängt wurde. Diese Attractionspotentiale werden auf

[1]) Im linksseitigen Gliede der Gl. XVI *bis* kann i auch negative Werthe annehmen.

dieselbe Weise wie das Potential der Elevationen des Sphaeroides berechnet.

Das Potential ΣW_i enthält auch Attractionspotentiale, welche denselben Ursprung wie diejenigen in $\Sigma W_i'$ haben und auf ähnliche Weise berechnet werden. $\Sigma W_i'$ enthält auch Kugelfunctionen negativen Grades. Wir übergehen die Zwischenrechnungen und schreiben sofort die Endresultate [1])

Man hat für das Sphaeroid: Potential $= \Sigma W_i$, wo

XXIII
$$W_i = 3g(\rho_s - \rho')\frac{R^2}{R+H}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2i+3}\cdot\frac{2i+1}{(i-1)(i+1)}\cdot f_i + 3g\rho'\frac{1}{2i+1}\left(\frac{r}{R+H}\right)^i S_i$$
$$i = 0, 1, 2, 3 \ldots.$$

für W_i hat man ausserdem das Glied:

$$\psi - \psi_0$$

und für den Ocean: Potential $= \Sigma[W_i' + W'_{-(i+1)}]$, wo

XXIV
$$W_i' = 3g\rho'\cdot\frac{1}{2i+1}\left(\frac{r}{R+H}\right)^i S_i = W_i - 3g(\rho_s - \rho')\frac{R^2}{R+H}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2i+3}\cdot\frac{2i+1}{(i-1)(i+1)}\cdot f_i$$
$$i = 0, 1, 2 \ldots.$$

und:

XXV
$$W'_{-(i+1)} = 3g(\rho - \rho')\frac{R^2}{R+H}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2i+3}\quad\frac{2i+1}{(i-1)(i+1)}\left(\frac{R}{r}\right)^{2i+1} f_i$$
$$i = 0, 1, 2 \ldots.$$

[1]) Was die Bedeutung von $\psi - \psi_0$ anbetrifft, so vergl. man die Formel III.

Die Attractionsconstante

$$k = \frac{3g}{4\pi(R+H)}$$

indem hier $R + H$ die Bedeutung des mittleren Radius des Geoides besitzt. Ueberhaupt betrachen wir R nnd $R + H$ als mittlere Radien der Oberfl. des Sphaeroides und des Oceans.

für W_i' hat man ausserdem das Glied:

$$\frac{\rho'}{\rho_e}(\psi - \psi_0)$$

Die Gleichung XIV *bis* zerfällt in Gleichungen von der Form

$$a_i W_i + b_i f_i + c_i \varphi_i + d_i S_i = 0 \text{ für } r = R$$

wo a_i, b_i, c_i, d gewisse Constanten bedeuten, die wir nicht zu schreiben brauchen. Ebenso zerfällt die Gleichung XVI *bis* in Gleichungen von der Form:

$$W_i + W'_{-(i+1)} = g\rho' S_i$$
$$\text{für } r = R + H$$

Aus diesen Gleichungen folgen sofort andere, die für alle Werthe von x, y, z gültig sind, nämlich Gleichungen von der Form:

$$a_i W_i + b_i f_i + c_i f_i + d_i \left(\frac{r}{R}\right)^i . S_i = 0 \qquad \text{XXVI}$$

$$i = 0, 1, 2, 3 \ldots.$$

und

$$W_i' + \left(\frac{r}{R+H}\right)^{2i+1} W'_{-(i+1)} = g\rho' \left(\frac{r}{R+H}\right)^i S_i \qquad \text{XXVII}$$

$$i = 0, 1, 2, 3 \ldots.$$

Vergleicht man die Gleichungen XXIII, XXIV, XXV, XXVI, XXVII mit Zuziehung der Gl. XXI *d. h.* der Gl.

$$\varphi_i = - R^2 . A_i f_i$$

untereinander, so findet man, dass diese Gleichungen dann und nur dann befriedigt werden können wenn die sämmtlichen Functionen: W_i f φ_i S etc.... gleich Null sind. Auch der Fall $i = 0$ macht keine Ausnahme, wie man sich leicht überzeugen kann. Die einzige Ausnahme besteht für $i = 2$ und zwar findet man für $i = 2$.

$$\left[1 - \left(\frac{R}{R+H}\right)^2\right] W_2 - \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_e}\right) \psi_2 +$$
$$+ \left\{\left(\frac{R}{R+H}\right)^2 H_2 - \left[1 - \left(\frac{R}{R+H}\right)^5\right] L_2\right\} f_2 = 0 \qquad \text{XXVIII}$$

In dieser Formel hat man der Kürze wegen

$$\text{XXIX} \quad \begin{cases} \psi_2 = \psi - \psi_0 \\ H_2 = \dfrac{5}{2.3.7}[19n + 5gR(\rho_s - \rho')] \\ L_2 = \dfrac{5}{2.7} \cdot g \dfrac{R^2}{R+H} \cdot (\rho_s - \rho') \end{cases}$$

gesetzt, ferner findet man für $i = 2$

$$\text{XXX} \quad \left[5 - 3\left(\frac{R}{R+H}\right)^2\right] W_2 - (5L_2 - 3H_2) f_2 - 5\psi_2 = 0$$

Da ψ_2 eine bekannte Function repräsentiert, so ist es leicht aus den Gleichungen XXVIII und XXX W_2 und f_2 als Functionen von ψ_2 zu bestimmen.

Indem H d. h. die Tiefe des Oceans im Vergleich zu R eine sehr kleine Grösse ist, so kann man H vernachlässigen und approximativ

$$\frac{R}{R+H} = 1$$

setzen. Man bekommt dann für f_2 den aproximativen Werth

$$f_2 = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_e}\right) \frac{1}{H_2} \cdot \psi_2$$

d. h.

$$\text{XXXI} \quad f_2 = \frac{2.3.7}{5} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\rho'}{\rho_e}\right) \cdot \psi_2}{19n + 5gR(\rho_s - \rho')}$$

Daraus folgt auf Grund von XXI

$$\text{XXXII} \quad \varphi_2 = -\frac{24 \cdot R^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_e}\right) \cdot \psi_2}{19n + 5gR(\rho_s - \rho')}$$

Erst jetzt kann man die Functionen $\xi_i\ \eta_i\ \zeta_i$ berechnen. Man wendet dazu die Gleichungen XX an und findet, dass alle $\xi_i\ \eta_i\ \zeta_i$ Null sind mit Ausnahme von ξ_1, η_1, ζ_1 und ξ_3, η_3, ζ_3.

Mit ξ_1, η_1, ζ_1 hat man eine gewisse Schwierigkeit indem die Factoren bei den ξ_i, η_i, ζ_i in den Formeln XX für $i = 1$ Null werden, doch findet man bald, dass es sein muss

$$\xi_1 = -\frac{1}{2\,.\,3} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \omega_2 z - \omega_3 y$$

$$\eta_1 = -\frac{1}{2\,.\,3} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + \omega_3 x - \omega_1 z$$

$$\zeta_1 = -\frac{1}{2\,.\,3} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + \omega_1 y - \omega_2 x$$

Da: $\omega_2 z - \omega_3 y$ etc. . . . die Componenten einer Rotation des Körpers als Ganzes bedeuten, so haben sie eigentlich keine Beziehung zur Deformation. Da aber ω_1, ω_2, ω_3 beliebige Werthe haben können, so ist es am besten dieselben gleich Null zu setzen, es bleibt folglich:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= -\frac{1}{2\,.\,3} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \\ \eta_1 &= -\frac{1}{2\,.\,3} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \\ \zeta_1 &= -\frac{1}{2\,.\,3} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad \text{XXXIII}$$

Für ξ_3 η_3 und findet man direct aus den Gleichungen XX.

$$\left.\begin{aligned} \xi_3 &= \frac{1}{7} r^2 \cdot \frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{1}{3\,.\,5} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} - \frac{5}{7}\, x f_2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{R^2} \cdot \varphi_2 \\ \eta_3 &= \frac{1}{7} r^2 \cdot \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{1}{3\,.\,5} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} - \frac{5}{7}\, y f_2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{y}{R^2} \cdot \varphi_2 \\ \zeta_3 &= \frac{1}{7} r^2 \cdot \frac{\partial f_2}{\partial z} + \frac{1}{3\,.\,5} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} - \frac{5}{7}\, z f_2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{z}{R^2} \cdot \varphi_2 \end{aligned}\right\} \text{XXXIV}$$

Zuletzt bestimmt man die Verschiebungen eines Elementes des Sphaeroides. Man gebraucht dazu die Gleichungen VIII bis. Man setzt in dieselben die Werthe von ξ_1, ξ_3 etc. . . . aus den Formeln XXXIII und XXXIV und die Werthe von f_2 φ_2 aus XXXI und XXXII ein und findet nach leichten Umformungen:

$$\text{XXXV}\begin{cases}\xi = \dfrac{(\rho_e - \rho')}{\rho_e F_2} \cdot \left[\left(4R^2 - \dfrac{5}{2}r^2\right)\dfrac{\partial\psi_2}{\partial x} + 2x\psi_2\right] \\ \eta = \dfrac{(\rho_e - \rho')}{\rho_e F_2} \cdot \left[\left(4R^2 - \dfrac{5}{2}r^2\right) \cdot \dfrac{\partial\psi_2}{\partial y} + 2y\psi_2\right] \\ \zeta = \dfrac{(\rho_e - \rho')}{\rho_e F_2} \cdot \left[\left(4R^2 - \dfrac{5}{2}r^2\right)\dfrac{\partial\psi_2}{\partial z} + 2z\psi_2\right]\end{cases}$$

wo man der Kürze halber

$$F_2 = 19n + 5gR(\rho_s - \rho')$$

gesetzt hat. — Wir erinnern daran, dass $\psi_2 = \psi - \psi_0$, dessen Werth in der Formel III angegeben wurde.

Jetzt kann man zur Betrachtung der Perturbation übergehen. Als Ausgangspunkt in dieser Betrachtung wird man die bekannten allgemeinen Gleichungen:

$$\text{XXXVII}\qquad\begin{cases}\dfrac{dH_x}{dt} - H_y r + H_z q = 0 \\ \dfrac{dH_y}{dt} - H_z p + H_x r = 0 \\ \dfrac{dH_z}{dt} - H_x q + H_y p = 0\end{cases}$$

benutzen, in denen die H_x, H_y, H_z die Projectionen des Momentes der Bewegung auf die Coordinatenaxen bedeuten, während die Symbole p, q, r dieselbe Bedeutung wie früher haben.

Bezeichnet man mit:

A B C die Trägheitsmomente des Sphaeroides
A' B' C' „ „ „ Oceans
D E F die Trägheitsproducte des Sphaeroides
D' E' F' „ „ „ Oceans
m_x m_y m_z die Componenten der relativen Bewegung des Sphaeroides
m'_x m'_y m'_z die Componenten der relativen Bewegung des Oceans, so hat man:

$$\text{XXXVIII}\begin{cases}H_x = +(A+A')p - (F+F')q - (E+E')r + m_x + m'_x \\ H_y = -(F+F')p + (B+B')q - (D+D')r + m_y + m'_y \\ H_z = -(E+E')p - (D+D')q + (C+C')r + m_z + m'_z\end{cases}$$

Nun ist z. B.

$$m_x = \Sigma m \left[(y+\eta) \frac{d}{dt}(z+\zeta) - (z+\zeta)\frac{d}{dt}(y+\eta) \right],$$

oder da

$$\frac{dz}{dt} = o \qquad \frac{dy}{dt} = o$$

$$m_x = \Sigma m \left[(y+\eta)\frac{d\zeta}{dt} - (z+\zeta)\frac{d\eta}{dt} \right]$$

Substituiert man hierin die Werthe von η und ζ aus den Formeln XXXV, bezeichnet man die Halbaxen des Sphaeroides mit a und c und die Werthe der Trägheitsmomente und Trägheitsproducte in der Zeroconfiguration, d. h. wenn die ξ, η, ζ Null sind, mit A_0, B_0 etc. [1]), so findet man nach einigen Transformationen.

$$\left.\begin{aligned} m_x &= -\frac{(\rho_e - \rho')}{F_2}\frac{d}{dt}(qr).\ N \\ m_y &= +\frac{(\rho_e - \rho')}{F_2}\frac{d}{dt}(pr).\ N \\ m_z &= o \\ \text{wo}\quad N &= (C_0 - A_0)\left[4R^2 - \frac{5}{2.7}(4a^2 + 3c^2)\right] \end{aligned}\right\} \quad \text{XXXIX}$$

und ebenso mit Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung [d. h. solcher, die nur Quadrate und Producte der kleinen Winkelgeschwindigkeiten p und q enthalten]:

$$\left.\begin{aligned} A &= A_0 \\ B &= A_0 \\ C &= C_0 \\ D &= -\frac{(\rho_e - \rho')}{F_2}\cdot qr.\ Q \\ E &= -\frac{(\rho_e - \rho')}{F_2}\cdot pr.\ Q \\ F &= o \\ &\text{wo:} \\ Q &= 4R^2 A_0 - \frac{5}{2.7}(2a^2 C_0 + 3c^2 A_0) + \frac{2}{7}c^2 C_0 \end{aligned}\right\} \quad \text{XL}$$

[1]) Dabei setzt man voraus, dass $B_0 = A_0$.

Jetzt muss man noch dieselben Grössen für den Ocean berechnen. Der Ocean ist enthalten zwischen den Oberflächen:

$$r = R + h$$

und

$$r = R + h + h'$$

Man findet leicht, da $h = \frac{\mu}{r}$ für $r = R$

$$\text{XLI} \begin{cases} h = h_2 = \dfrac{5.5}{2.3.7} \cdot Rf_2 = \dfrac{5.R}{F_2}\left(1 - \dfrac{\rho'}{\rho_e}\right)\psi_2 \\ \text{und} \\ h' = S_2 = \dfrac{5}{2} \cdot \dfrac{1}{g\rho'} \dfrac{19n\rho' + gR(3\rho_e + 2\rho')(\rho_s - \rho')}{19n\rho_e + 5g\rho_e R(\rho_s - \rho')} \cdot \psi_2 \end{cases}$$

Von den Trägheitsmomenten des Oceans macht man auch die Annahme, dass in der Zeroconfiguration

$$B'_0 = A'_0$$

indem dieselbe der Hypothese entspricht, dass das Sphaeroid überall von einem gleichmässig tiefen Ocean bedeckt ist.

Man findet[1], dass bis auf kleine Grössen zweiter Ordnung:

$$\text{XLII} \begin{cases} A' = B' = A'_0 \\ C' = C'_0 \\ D' = -\dfrac{19n\rho' + gR[3\rho_e(\rho_s - \rho') + 2\rho'(\rho_s - \rho_e)]}{2g\rho RF_2} \cdot qrQ \\ E' = -\dfrac{19n\rho' + gR[3\rho_e(\rho_s - \rho') + 2\rho'(\rho_s - \rho_e)]}{2g\rho RF_2}\, prQ \\ F' = o \end{cases}$$

Ueber die relative Bewegung des Oceans macht man die Hypothese, dass derselbe gegen die Oscillationen des Sphaeroides ganz zurückbleibt, dass folglich:

[1]) Die Berechnung der Trägheitsmomente und Trägheitsproducte des Oceans wurde so durchgeführt, dass man den Ocean als die Differenz zweier Körper auffasste, von denen einer durch die aüssere Oberfläche des Oceans, der zweite durch die aüssere Oberfläche des Sphaeroides begrenzt ist.

$$\left.\begin{array}{l} m'_x = -A_0'p \\ m'_y = -A_0'q \\ m' = -C'_0.(r-\omega) \end{array}\right\} \quad \text{XLIII}$$

Setzt man jetzt die Werthe von A . . . . A' . . . D . . . . D . . . m_x . . . m'_x . . . in die Formeln XXXVIII ein, so erhält man nach Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung:

$$\left.\begin{array}{l} H_x = A_0 p - \frac{(\rho_e - \rho')}{F_2} N \frac{d}{dt}(qr) + Kpr^2 Q \\ H_y = A_0 q - \frac{(\rho_e - \rho')}{F_2} N \frac{d}{dt}(pr) + Kqr^2 Q \\ H_2 = (C_0 + C'_0) r \end{array}\right\} \text{XXXVIII bis}$$

wo man der Kürze wegen:

$$K = \frac{19n\rho' + gR[3\rho_e(\rho_s - \rho') + 2\rho'(\rho_s - \rho_e) + 2\rho(\rho_e - \rho')]}{2g\rho R. F_2} \quad \text{XLIII}$$

gesetzt hat.

In den Formeln XXVIII *bis* wurde:

$$C'_0(r-\omega)$$

als sehr klein im Vergleich zu $(C_0 + C'_0)r$ vernachlässigt.

Substituiert man jetzt die Werthe der H_x . . . etc. aus den Gleichungen XXXVIII *bis* in die Gl. XXXVII so sieht man sofort, dass in der dritten Gleichung XXXVII das Glied:

$$-H_x q + H_y p$$

eine kleine Grösse zweiter Ordnung ist, die vernachlässigt werden kann. Auf diese Weise bekommt man

$$\frac{dH_z}{dt} = o$$

und $$r = const$$

Es ist evident, dass man

$$r = \omega$$

setzen soll.

Jetzt verwandeln sich die zwei ersten Gleichungen XXXVII in Gleichungen, die nach evidenten Umformungen

und mit Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung so geschrieben werden können:

$$\text{XXXVII bis} \quad \begin{cases} -\dfrac{d^2q}{dt^2} + \lambda \dfrac{dp}{dt} + \mu q = o \\ \dfrac{d^2p}{dt^2} + \lambda \dfrac{dq}{dt} - \mu p = o, \end{cases}$$

wo

$$\text{XLIV} \quad \begin{cases} \lambda = \dfrac{A_0 F_2 + [KQF_2 - N(\rho_e - \rho')]\,\omega^2}{(\rho_e - \rho')N.\omega} \\ \mu = \dfrac{(C_0 + C'_0 - A_0)F_2 - KQF_2\,\omega^2}{(\rho_e - \rho')N} \end{cases}$$

Die Integrale der Gleichungen XXXVII *bis* können geschrieben werden:

$$p + \sqrt{-1}.q = Ae^{\sqrt{-1}\alpha_1 t.} + Be^{\sqrt{-1}.\alpha_2 t}$$

wo A und B Constanten bedeuten und

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4\mu})$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}(\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4\mu})$$

α_1 entspricht einer Nutation mit einer sehr kurzen Periode (nur circa $^3/_4$ Secunden), α_2 entspricht der Periode der Chandlerschen Perturbation. Es muss also sein

$$\alpha_2 = \frac{\omega}{430}$$

Substituiert man jetzt

$$Be^{\sqrt{-1}\alpha_2 t}$$

in die Gleichungen XXXVII *bis*, so erhält man diejenige Gleichung, aus welcher der Coefficient n bestimmt werden kann. Diese Gleichung lautet:

$$\left(\frac{\omega}{430}\right)^2 - \frac{\omega}{430}\lambda + \mu = o \qquad \text{XLV}$$

Setzt man hierin die Werthe von λ und μ aus den Gleichungen XLIV und beachtet die numerischen Werthe der dort enthaltenen Grössen, so kommt man sofort zum Schluss, dass gewisse Glieder dieser Gleichung im Vergleich zu anderen eine ganz verschwindende Grösse haben und vernachlässigt werden können. Auf diese Weise kommt man zur vereinfachten Gleichung:

$$C_0 + C_0' - (A_0 + KQ\omega^2).\left(1 + \frac{1}{430}\right) = o \;.\;.\;. \qquad \text{XLV bis}$$

Dabei kann man noch in Q

$$R = a = c$$

setzen, wodurch Q den Werth

$$Q = \frac{5}{2} A_0 R^2$$

annimmt. Dividiert man endlich die ganze Gleichung XLVI in A_0, so kommt:

$$\frac{C_0 - A_0}{A_0} + \frac{C_0'}{A_0} - \omega^2 \frac{5}{2} KR^2\left(1 + \frac{1}{430}\right) - \frac{1}{430} = o \;.\;. \qquad \text{XLVI}$$

C_0 und A_0 sind die Trägheitsmomente des Sphaeroides (ohne den Ocean). Man setzt

$$\frac{C_0 - A_0}{A_0} = \frac{1}{305}$$

Andererseits hat man:

$$\frac{C'_0}{A_0} = 5\frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{H}{R}$$

aber

$$\frac{\rho'}{\rho} = 5{,}5$$

$$\frac{H}{R} = \frac{1}{2662}$$

denn H bedeutet die Tiefe des über die ganze Oberfläche des Sphaeroides ausgebreiteten Oceans. Mit diesen Werthen bekommt man:

$$\frac{C_0'}{A_0} = \frac{5}{5,5} \cdot \frac{1}{2662} = \frac{1}{2928,2}$$

Da die irdischen Oceane in aequatorialen Gegenden im allgemeinen tiefer sind als in den polaren, so wäre es vielleicht geboten

$$\frac{C'_0}{A_0} > \frac{1}{2928,2}$$

zu nehmen, zugleich müsste man aber

$$\frac{C_0 - A_0}{A_0} < \frac{1}{305}$$

nehmen. Man kann sich überzeugen, dass die Summe $\frac{C_0 - A_0}{A_0} + \frac{C'_0}{A_0}$ unter Berücksichtigung der grösseren Tiefe der irdischen Oceane in der Aequatorialgegend wahrscheinlich kleiner als

$$\frac{1}{305} + \frac{1}{2928,2}$$

ausgefallen wäre. Der Verfasser bleibt schliesslich bei der Annahme

$$\frac{C_0 - A_0}{A_0} + \frac{C'_0}{A_0} = \frac{1}{305} + \frac{1}{2928,2}$$

Im Ausdruck für K (Gl . . . XLIII) soll man natürlich $\rho' = 1$, $\rho = 5,5$ setzen. Für ρ_s, welches die Dichte der superficiellen Schicht des Sphaeroides bedeutet, setzt der Verfasser den Werth

$$\rho_s = 2,2$$

für ρ_e (die effective Dichte) setzt er nacheinander folgende Werthe ein:

$$\rho_e = 2,2,\ 3,\ 4,\ 4,5 \text{ und } 5,5$$

und bekommt.

mit $\rho_e = 2{,}2$ $n = 567 \times 10^9$ in Einheiten C. G. S.
„ $= 3{,}0$ „ $= 879 \times 10^9$ „ „ „
„ $= 4{,}0$ „ $= 1713 \times 10^9$ „ „ „
„ $= 4{,}5$ „ $= 2036 \times 10^9$ „ „ „
„ $= 5{,}5$ „ $= 2681 \times 10^9$ „ „ „

während für den Stahl

$$n = 819 \times 10^9$$

Es ist evident, dass bei Berücksichtigung der Deformationen des Oceans der Coefficient n viel grösser ausfallen musste als z. B. bei Hough [1]), der die Deformationen des Oceans vernachlässigte und doch für n einen etwas grösseren Werth als für den Stahl gefunden hat. Eine effective Dichte von circa 4 ist am wahrscheinlichsten. Der entsprechende Werth von n ist circa zweimal so gross wie für den Stahl.

Mit einer ähnlichen Methode aber unter der Voraussetzung dass $\rho_e = \rho = 5{,}5$ findet der Verfasser

$$n = 1250 \times 10^9$$

wenn der Einfluss des Oceans auf die Perturbation ganz vernachlässigt wird. Diese Rechnung wurde separat ausgeführt, indem die Bedingungen in der Oberfläche des Oceans ganz wegfallen und in Folge dessen die Aufgabe von der Perturbation des Sphaeroides ohne den Ocean sich nur theilweise mit der hier dargelegten deckt.

1) Phil. Trans Bd. 187. A.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza generalnego Stanisława Smolki.

Kraków, 1899. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

12 Lipca 1899.

PUBLICATIONEN DER AKADEMIE
1873—1898.

Buchhandlung der polnischen Verlagsgesellschaft
in Krakau.

Philologische und historisch-philosophische Classe.

»Pamiętnik Wydziału filolog. i hist.-filozof.« *(Denkschriften der philologischen und historisch-philosophischen Classe)*, 4-to, Bd. II—VIII (38 Taf. Bd. I. vergriffen) — 30 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydziału filolog.« *(Sitzungsberichte und Abhandlungen der philologischen Classe)*, 8-vo, Bd. II — XXVII (7 T. Bd. I. vergriffen) — 89 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydziału historyczno-filozoficznego.« *(Sitzungsberichte und Abhandlungen der historisch-philosophischen Classe)*, 8-vo, Bd. III—XIII, XV—XXXVI (61 Tafeln, Bd. I. II. XIV. vergriffen).—98 fl.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Berichte der kunsthistorischen Commission)*, 4-to, 5 Bde u. 1—3 Hefte des VI Bd. (114 Tfl., 713 Holzschn.) — 35 fl. 50 kr.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Berichte der sprachwissenschaftlichen Commission)*, 8-vo, 5 Bände. — 13 fl. 50 kr.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Archiv für polnische Literaturgeschichte)*, 8-vo, 9 Bände. — 25 fl. 50 kr.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Ioannem Cochanovium, 8-vo, 3 Bände.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 2 fl. — Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 3 fl. — Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 1 fl. 50 kr.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothek der polnischen Schriftsteller XVI u. XVII Jh.)* 8-o, 35 Lieferungen. — 21 fl. 40 kr.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, gr. 8-vo, 15 Bände. — 81 fl.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed. Piekosiński. 10 fl. — Vol, II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed. A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki 16 fl. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 15 fl. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 5 fl. — Vol. V, VII. Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 10 fl. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 10 fl. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 5 fl.—Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski, 5 fl.— Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 5 fl.

Scriptores rerum Polonicarum, 8-vo, 11 Bände. (I—IV, VI—VIII, X. XI, XV, XVI.) — 37 fl.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 3 fl. — Vol. II, Chronicorum Bernardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 3 fl. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654—1668 ed. Seredyński: 3 fl. — Vol. VII, X, XIV, Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 7 fl. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski. 2 fl. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski 7 fl. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 3 fl.

Collectanea ex archivo Collegii historici, 8-vo, 8 Bde.— 24 fl.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, gr. 8-vo, 15 Bände. — 78 fl.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 5 fl. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 10 fl. — Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum

exterarum Gallici) 1674 — 1683 ed. Waliszewski. 15 fl. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525 — 1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 15 fl. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 5 fl. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1 et 2), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507 — 1795 ed. Piekosiński. 20 fl. — Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 5 fl. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 3 fl.

Monumenta Poloniae historica, gr. 8-vo, Bd. III — VI. — 51 fl.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I. 8-vo. — 7 fl. 50 kr.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Alte Rechtsdenkmäler Polens)*, 4-to, Bd. II—X. — 36 fl.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 6 fl. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 3 fl.— Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 3 fl. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 3 fl. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 3 fl. — Vol. VII Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 6 fl. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374 — 1400 ed. Ulanowski. 8 fl. — Vol. IX. Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 3 fl. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 1 fl.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 4 fl.

Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe.

»Pamiętnik.« *(Denkschriften)*, 4-to. 17 Bände (II—XVIII 178 Tafeln, Band I vergriffen). — 85 fl.

»Rozprawy i Sprawozdania z posiedzeń.« *(Sitzungsberichte und Abhandlungen)*, 8-vo, 33 Bände (241 Tafeln). — 136 fl. 50 kr.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Berichte der physiographischen Commission)*, 8-vo, 29 Bände: III. VI. — XXXIII. Band I. II. IV. V vergriffen. (59 Tafeln). — 117 fl. 25 kr.

»Atlas geologiczny Galicyi,« *(Geologischer Atlas von Galizien)* fol. bisher 7 Hefte, 35 Tafeln. — 29 fl.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Berichte der anthropologischen Commission)*, 8-vo, 18 Bände (II—XVIII., Band I vergriffen, 100 Tafeln). — 62 fl. 50 kr.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Anthropologisch-archeologische und ethnographische Materialien*), in 8-vo, Bände I—III (25 Tafeln, 10 Karten und 60 Holzschn.). — 10 fl.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« (*Ueber die Bevölkerung der an der Raba gelegenen Gegenden*), 8-vo, 1894. — 4 fl. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« (*Geschichte der polnischen Infanterie)*, 8-vo, 1893. — 2 fl. 60 kr. — »Historya jazdy polskiej« *(Geschichte der polnischen Cavallerie)* 8-vo, 1894. — 3 fl. 50 kr. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Genealogie der Piasten*), in 4-to, 1896. — 10 fl. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie zur Geschichte Polens*), in 8-vo, B. I u. II Heft 1—2, 1891—6. — 7 fl. 80 kr. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoene Wroński, sein Leben und seine Werke)*, lex. 8-vo, 1896. — 4 fl. **Federowski M.** »Lud białoruski.« (*Dei Weissruthenen*), in 8-vo, 1897. — 3 fl. 50 kr.

»Rocznik Akademii.« *(Almanach der Akademie)*, 1874—1898, 25 Bde. (1873 vergriffen) — 15 fl.

»Pamiętnik piętnastoletniej działalności Akademii.« *(Gedenkbuch der Thätigkeit der Akademie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 2 fl.